

Activiteit 7

Lichtste en zwaarste — Sorteër algoritmes

Samenvatting

Computers worden vaak gebruikt om lijsten in een bepaalde volgorde te zetten, bijvoorbeeld namen in alfabetische volgorde, e-mails of afspraken in de volgorde van tijd of items in numerieke volgorde. Lijsten sorteren helpt ons dingen snel te vinden en maakt het makkelijker om extreme waarden te vinden. Als je de cijfers van een schooltoets op volgorde zet, zie je snel het hoogste en laagste behaalde cijfer.

Als je de verkeerde methode gebruikt kan het lang duren om een lange lijst op een volgorde te krijgen, zelfs met een snelle computer. Gelukkig zijn er verschillende snelle methodes uitgevonden voor het sorteren. Met deze activiteit ontdekken leerlingen verschillende sorteërstrategieën, en zien ze hoe een slimme strategie de taak veel sneller kan uitvoeren dan een domme strategie.

Kerdoelen

- Rekenen: Meten groep 4 en hoger. Het leren van simpele weegopdrachten.

Vaardigheden

- Gebruik van een balans
- Sorteren
- Vergelijken

Leeftijd

- 8 jaar en ouder

Materialen

Elk groepje leerlingen heeft nodig:

- Een set van 8 elementen van dezelfde grootte, (maar niet doorzichtig) verschillend van gewicht (bijv. melkpakken of doosjes gevuld met zand of zoiets).
- Een balans
- *Werkblad: gewichten sorteren*
- *Werkblad: Verdeel en heers*

Lichtste en zwaarste

Discussie

Computers moeten vaak lijsten van dingen op volgorde zetten. Bedenk met elkaar waarbij het ‘op volgorde’ staan belangrijk is. Wat zou er gebeuren als het niet op volgorde zou staan?

Computers kunnen normaal gesproken maar twee waardes tegelijk vergelijken. De activiteit op de volgende pagina gebruikt deze beperking om de leerlingen een idee te geven over hoe dat gaat.

Activiteit

1. Verdeel de leerlingen in groepjes.
2. Iedere groep heeft zijn eigen gewichten, een balans en een kopie van het werkblad *Gewichten sorteren* nodig.
3. Laat de leerlingen zelf de activiteit doen en bespreek daarna het resultaat.

Werkblad: Gewichten sorteren

Doel: Vind de beste manier om groepen gewichten op volgorde te zetten zonder dat je hun gewicht kent.

Je hebt nodig: Zand of water, 8 dezelfde doosjes en een balans

Wat moet je doen:

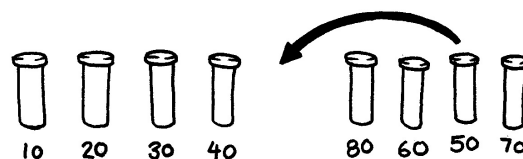
1. Vul ieder doosje met een verschillende hoeveelheid zand of water en doe ze goed dicht.
2. Zet de doosjes zo neer dat ze niet meer op volgorde van gewicht staan en hussel ze nog even door elkaar.
3. Nu moeten we het lichtste doosje vinden. Hoe doe je dat het makkelijkst?

Let op: Je mag de balans alleen gebruiken om te zien welke van de twee doosjes het zwaarst is en alleen twee gewichten mogen per keer met elkaar worden vergeleken.

4. Kies drie willekeurige gewichten en sorteer in volgorde van lichtst naar zwaarst door gebruik te maken van de balans. Hoe doe je dat? Wat is het minimaal aantal benodigde vergelijkingen die je moet maken? En waarom?
5. Sorteert nu alle doosjes van licht naar zwaar.
6. Wanneer je denkt klaar te zijn, controleer je de volgorde door ieder doosje opnieuw te wegen, is de volgende zwaarder dan die daarvoor?

Selectie sortering

Een methode die de computer zou kunnen gebruiken is selectie sortering. Dit is hoe het werkt: vind eerst het lichtste gewicht in de rij en zet deze aan de kant. Vervolgens zoek je uit de overgebleven doosjes weer het lichtste en zet deze op volgorde naast de vorige



lichtste. En herhaal dit tot alle gewichten zijn verplaatst naar het andere rijtje. Tel hoeveel vergelijkingen je moet maken.

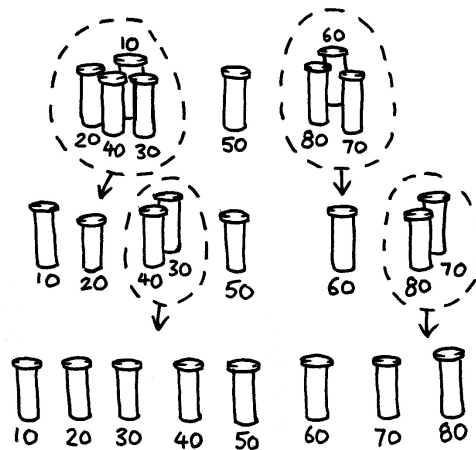
Extra voor experts: Laat zien hoe je kan berekenen hoeveel vergelijkingen je nodig hebt met acht doosjes? En met negen? Of twintig?

Werkblad: Verdeel en heers

Snelsorteren

Snelsorteren is een stuk sneller dan selectie sorteren, zeker bij langere lijsten. Sterker nog, dit is een van de beste manieren die we tot nu toe kennen. Zo werkt het:

1. Kies een willekeurig doosje en zet het aan een kant van de balans.
2. Vergelijk nu ieder overgebleven doosje met dit doosje. Als ze lichter zijn zet je ze links, zijn ze zwaarder zet je ze rechts en het gekozen doosje zet je in het midden (het kan dus gebeuren dat je met veel meer doosjes aan de ene kant eindigt dan aan de andere).
3. Kies nu een van de groepen doosjes (rechts of links) en herhaal de vorige opdracht. Doe ook hetzelfde voor de andere groep. Denk er aan dat je het eerste doosje in het midden laat staan.
4. Blijf dit herhalen op de overgebleven groepen tot alle groepen uit maar 1 doosje bestaat. Als alle groepen verdeeld zijn tot de grootte van maar 1 doosje staan de doosjes gesorteerd van licht naar zwaar!



Hoeveel vergelijkingen waren nu nodig?

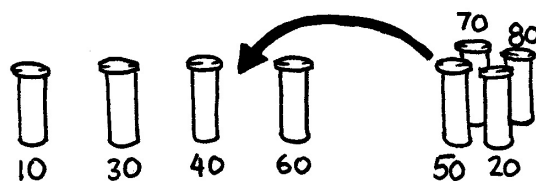
Je ervaring zou nu moeten zijn dat de snelsorteermethode veel sneller is dan de selectie sorteermethode of je moet toevallig de pech hebben gehad dat je begon met de lichtste of zwaarste. Als je het geluk had precies met het middelste gewicht te beginnen zou je het in 14 vergelijkingen gehaald moeten hebben. En bij de selectie sorteermethode had dit 28 vergelijkingen gekost. In elk geval is de snelle sorteermethode even snel als de selectie sorteermethode en in vrijwel alle gevallen een stuk sneller.

Extra voor experts: Als de snelle sorteermethode toevallig altijd de lichtste uit zou kiezen, hoeveel vergelijkingen heb je dan nodig?

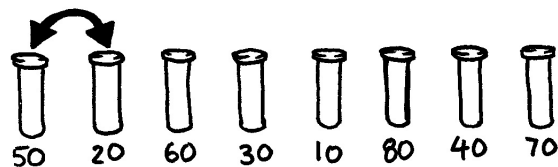
Variaties en uitbreidingen bij het sorteren

Er zijn veel verschillende methodes bedacht om dingen te sorteren. Je kunt je gewichten proberen te sorteren volgens deze methodes:

Invoegsorteren werkt door iedere keer een doosje uit een ongesorteerde groep te pakken en deze in te voegen op de juiste plek in een steeds groter wordende rij (zie afbeelding hieronder). Met iedere keer invoegen wordt de groep ongesorteerde doosjes kleiner en de rij gesorteerde doosjes langer totdat de hele rij is gesorteerd. Bij kaartspelletjes gebruik je vaak deze methode om de kaarten in je hand op volgorde te zetten..

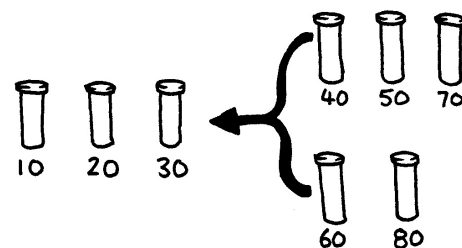


Bubbel sorteren (in het Engels “bubble sort”) houdt in dat je iedere keer door de hele rij gaat en de doosjes per tweetal omdraait als deze niet op volgorde staan. De rij is gesorteerd als er geen doosjes meer van plek ruilen. Het zwaarste doosje gaat door dit systeem iedere keer stapsgewijs mee naar achteren (en komt boven drijven als een luchtbel, vandaar de naam van deze methode). Deze methode is niet heel snel, maar hij is makkelijk te begrijpen.



Samenvoegend sorteren is een andere methode die ‘verdeelt en heerst’ om een rij te sorteren. Eerst wordt de rij in (ongeveer) twee gelijke rijen verdeeld. Eerst worden beide (halve) rijen gesorteerd en daarna worden ze samengevoegd. Samenvoegen gaat heel makkelijk - je verplaatst de hele tijd de lichtste van de twee rijen naar de een nieuwe rij. In de afbeelding hieronder zijn de 40 en de 60 aan de voorkant van de rij, dus de 40 wordt als eerste in de nieuwe rij geplaatst.

Hoe sorteert je de korte rijen? Gewoon, gebruik de samenvoegend sorteermethode! Als je dit blijft doorvoeren, eindig je uiteindelijk met rijen van 1 doosje en dan weet je dat je kan stoppen.



Waar gaat dit eigenlijk over?

Informatie is veel makkelijker vindbaar in een gesorteerde lijst. Telefoonboeken, woordenboeken, de index van een boek, ze gebruiken allemaal de alfabetische volgorde. Het leven zou veel ingewikkelder worden als ze dat niet zouden doen. Als een lijst van getallen (bijvoorbeeld uitgaven) in volgorde wordt gezet, zijn de extremen zo veel makkelijker te vinden, omdat ze dan aan het begin of eind van een lijst terecht komen. Ook is dan makkelijk te zien of waardes twee of meer keer voorkomen omdat ze nu naast elkaar staan.

Computers zijn veel tijd kwijt met het sorteren van dingen, dus hebben computerdeskundigen snelle methodes bedacht om dit te doen. Sommige langzamere methodes, zoals invoegsorteren, selectie sorteren of bubbelsorteren kunnen handig zijn in speciale situaties, maar de snelste methodes, zoals snelsorteren worden in vrijwel alle gevallen gebruikt.

Snelsorteren gebruikt een concept dat “recursie” heet. Dat betekent dat je een lijst blijft delen in kleinere stukken en bij ieder deel dezelfde sorteertechniek gebruikt. Deze specifieke benadering heet “verdeel en heers”. De lijst wordt maar in stukken ‘verdeeld’ totdat deze ‘beheerst’ kan worden. Bij het snelsorteren worden de lijsten verdeeld tot ze maar een item bevatten. En het is niet moeilijk om 1 item in volgorde te plaatsen. Dit klinkt misschien erg onpraktisch, maar in de praktijk is dit veel en veel sneller dan alle andere methodes.

Oplossingen en hints

De beste manier om het lichtste gewicht te vinden is ieder doosje om de beurt te wegen en steeds bij te houden wat de lichtste is. En dat kan door bij elke beurt twee doosjes te vergelijken en de lichtste te houden. Deze weer met een andere vergelijken en weer de lichtste te houden. En dit herhalen tot je alle doosjes gewogen hebt.

Vergelijk de gewichten op de balans. Dit kan makkelijk gedaan worden met drie vergelijkingen, en soms zullen twee vergelijkingen al genoeg zijn, als de leerlingen begrijpen dat de vergelijkingen transitief zijn (dat betekent, als A lichter is dan B en B is lichter dan C dan moet A dus lichter zijn dan C).

Voor de experts:

Hier is een verkorte uitleg voor de som van het aantal vergelijkingen dat selectie sorteren maakt.

Om de lichtste van twee objecten te vinden heb je één vergelijking nodig, drie objecten hebben twee vergelijkingen nodig, vier, drie, enzovoorts. Om acht objecten te sorteren met selectie sorteren hebben we zeven vergelijkingen nodig om de lichtste te vinden, zes vergelijkingen om de één na lichtste te vinden, vijf voor de volgende enzovoort. Dat leidt tot de volgende som:

$$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28 \text{ vergelijkingen.}$$

n objecten hebben dus $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n - 1$ vergelijkingen nodig om te sorteren.

Al deze getallen bij elkaar optellen gaat veel makkelijker door er groepen van te maken. Bijvoorbeeld, om de getallen 1 tot en met 20 bij elkaar op te tellen ($1 + 2 + 3 + \dots + 20$), kan je er makkelijk groepjes van maken waar allemaal hetzelfde uitkomt (21 in dit geval) en dat levert 10 groepjes op:

$$\begin{aligned} & (1 + 20) + (2 + 19) + (3 + 18) + (4 + 17) + (5 + 16) + \\ & (6 + 15) + (7 + 14) + (8 + 13) + (9 + 12) + (10 + 11) \\ & = 10 \text{ groepjes van } 21 = 10 \times 21 \\ & = 210 \end{aligned}$$

$$\text{Algemener geldt: } 1 + 2 + 3 + 4 \dots + n = n \times (n + 1)/2$$